Ministério da Educação – Brasil
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri – UFVJM
Minas Gerais – Brasil
Revista Vozes dos Vales: Publicações Acadêmicas
Reg.: 120.2.095 – 2011 – UFVJM
ISSN: 2238-6424
QUALIS/CAPES – LATINDEX
Nº. 08 – Ano IV – 10/2015
http://www.ufvjm.edu.br/vozes

Modelo de Black – Scholes na precificação de Opções Europeias

Bruno Ferreira Campos da Silva
Mestrando em Tecnologia, Ambiente e Sociedade da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM
Teófilo Otoni - MG - Brasil
http://lattes.cnpq.br/7018022614944141
E-mail: brunobfcs@ymail.com

Prof. Dr. Carlos Alberto MirezTarrillo
Pós-Doutor em Física pela UFCG
Docente da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM
Teófilo Otoni - MG - Brasil
http://lattes.cnpq.br/0498932599459550
E-mail: carlos.mirez@ufvjm.edu.br

Fábio Silva de Souiza. Mestre em Matemática Pura pelo ICMC-USP.
Docente da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - UFVJM
http://lattes.cnpq.br/0941327169911953
E-mail: fabio.souza@ufvjm.edu.br

José Lucas Pereira Luiz. Graduado em Matemática pela UFVJM. Mestrando em Matemática pela UFU
http://lattes.cnpq.br/1709610740846564
E-mail: lucasvt09@hotmail.com

Resumo: O artigo mostra as análises do modelo de Black – Scholes, bem comoa explorararação de suas aplicações e apresenta um estudoda equação diferencial parcial estocástica advinda deste modelo. Apresentamos possíveis simulações de problemas enfrentados diante das volatilidades dos mercados na precificação de opções utilizando o modelo de Black – Scholes. As simulações forão realizadas com base em dados sobre ações de empresas brasileiras, sendo os parâmetros que compõe o modelo retirados do site da BM&FBOVESPA. Comparamos as variáveis que afetam o modelo e o valor do preço da opção do tipo europeia, e obtemos uma análise de como os parâmetros do modelo de Black – Scholes afetam o valor do prêmio da opção. Ao final do estudo sobre o modelo de Black – Scholes, concluímosque esse modelo premiado com o Nobel de Econômia em 1973 possui várias críticas, onde alguns autores apontam falhas no modelo.

Palavras-chave: Black – Scholes. Mercados. Equação Estocástica. Opções. Volatilidade.

Introdução

Os mercados de derivativos têm sido objeto de inúmeros estudos ao longo dos anos, desde meados dos anos de 1900. Tal pesquisa deve-se à preocupação dos gestores da Bolsa de Mercadorias e Futuros – BM&F, os quais observaram uma falta de motivação e interesse das pessoas físicas nas operações financeiras que são realizadas cotidianamente nas Bolsas de Valores. Existe uma crença de que esse desinteresse deva-se à falta de conhecimento a respeito do funcionamento de tal órgão. Portanto, é necessária a realização de estudos significativos a respeito de tais Mercados, visando uma aproximação da sociedade civil com esta entidade.

Para melhor entender o que é o Mercado de Derivativos é importante saber o significado da palavra “derivativo”. De acordo com a CME-Chicago (2006), um dos seus significados é “relativo à derivação, ou seja, origina-se de outro”. Os derivativos são instrumentos financeiros, nos quais os seus valores monetários estão ligados a outro instrumento que lhes servem de referência. A precificação de tais instrumentos pode ser realizada no mercado à vista. O mercado de derivativos se subdivide em três tipos diferentes, a saber: Mercado a Termo, Mercado Futuro, Mercado de Opções.

Em particular, ao analisarmos o mercado de opções, é comum encontrarmos um sério problema. Tendo em vista que o preço de um bem é fixado em uma data futura, torna-se muito arriscado operar em tais mercados devido as possíveis eventualidades futuras. Por exemplo, suponhamos que um produtor de soja resolva negociar certa quantidade de sacas, que serão colhidas em um tempo futuro. Se, no tempo presente, um investidor tem a intenção de comprar tais sacas, haverá a necessidade da negociação de um contrato de compra com o produtor. Este contrato deverá conter o preço a ser pago pela saca na época da entrega do produto. Porém, ao fixar o preço do produto, tanto o investidor quanto o comprador não podem desconsiderar eventualidades futuras tais como problemas de sazonalidade[1], infestação de pragas ou superprodução. Deste modo, a precificação do produto acaba tornando-se uma espécie de "ciência adivinhativa", na qual tanto comprador quanto vendedor assume o risco de prejuízo na transação.

Portanto, a precificação de opções[2] de compra e venda torna-se um problema sério nestas negociações. O problema central da negociação consiste no gerenciamento depossíveis riscos que possam acontecer ao longo do tempo estipulado no contrato. Um dos primeiros a estudar a teoria de preços de ações[3] flutuantes foi L. Bachelier (1900), de acordo com Bonotto (2008). Neste contexto, os economistas Fischer Black e Myron Scholes apresentaram, em 1973, a fórmula de Black – Scholes no artigo "The PricingofOptionsand Corporate Liabilities" (A Precificação de Opções e Responsabilidades Corporativas), como podemos ver a seguir,

$$\frac{\partial C}{\partial t}(t,S) + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2}(t,S) + rS\frac{\partial C}{\partial S}(t,S) - rC(t,S) = 0 \qquad (1)$$

que modela o preço C de uma opção europeia[4], em função do tempo t e do valor S do ativo, onde r é a taxa de juros e σ^2 é a variância.

Assim, o estudo do modelo de Black – Scholes se faz importante, sendo que a demonstração da construção do modelo não é amplamente difundida, bem como o Cálculo de Itô, conforme Braumann (2005), o qual é fundamental em sua construção, apesar de não seguir regras usuais do cálculo diferencial comum. Outro ponto importante dessa pesquisa é dar sentido à equação (1) embasada na junção das teorias da Fórmula de Itô, dos Processos Estocásticos, das Equações Diferenciais Parciais Estocásticas, do Movimento Browniano, e da Teoria Moderna

---

[1]Produção de determinado produto somente em épocas específicas do ano.
[2]Contratos que concedem o direito, mas não a obrigação de comprar, ou vender determinado ativo.
[3]É o valor mobiliário emitido pelas companhias e representativo de parcela do capital.
[4]O titular da opção só pode exercer o contrato no fim da maturidade.

de Probabilidade, como podem ser vistos nos trabalhos de Braumann (2005) e Oksendal (1998).

Objetivamos fazer uma análise do modelo de Black – Scholes, bem como das equações diferenciais parciais advindas desse modelo, visando sua construção e determinação de possíveis soluções com base em dados reais de mercados. Por fim, desejamos aplicar um exemplo usando dados reais aplicados à teoria dos Mercados de Futuros e Opções coletados em outubro de 2014 e discutir sua aceitação nos mecados de precificação de opções.

Valor de um Ativo

Considere que o valor de um ativo financeiro no instante $\boldsymbol{t}$ é dada por $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{t})$. Queremos saber o que acontece com o preço do ativo em um instante seguinte, que chamaremos por $\boldsymbol{t}+\Delta\boldsymbol{t}$, assim temos a forma $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{t}+\Delta\boldsymbol{t})$ que se relaciona com $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{t})$. Para melhor estudar a função $\boldsymbol{S}$, observe o quociente a seguir, tendo em vista que não existe um grau de incerteza sobre o ativo.

Então o retorno relativo ao ativo financeiro em um certo período de tempo é dado por:

$$\frac{\boldsymbol{S}(\boldsymbol{t}+\Delta\boldsymbol{t})-\boldsymbol{S}(\boldsymbol{t})}{\boldsymbol{S}(\boldsymbol{t})}=\boldsymbol{\mu}\Delta\boldsymbol{t}+\boldsymbol{\sigma}\Delta\boldsymbol{X}(\boldsymbol{t}) \tag{2}$$

Em que $\Delta\boldsymbol{X}(\boldsymbol{t})=\boldsymbol{X}(\boldsymbol{t}+\Delta\boldsymbol{t})-\boldsymbol{X}(\boldsymbol{t})$. A letra grega $\boldsymbol{\sigma}$ representa a volatilidade e é calculado como o desvio padrão do retorno do valor do ativo financeiro.

Modelo de Black – Scholes

A variação do valor de um ativo financeiro como um processo estocástico é dado pela fórmula $S(t+\Delta t)=S(t)+\mu S(t)\Delta t+\sigma S(t)\Delta X(t)$. Podemos somar membro a membro, na fórmula $S(t_j+\Delta t)=S(t_j)+\mu S(t_j)\Delta t+\sigma S(t_j)\Delta X(t_j)$, para$j=0,1,\dots,k-1$ e $t=t_k$.

Dada a condição inicial $S(t_0)=S_0\in\mathbb{R}$, teremos

$$S(t) = S(t_0) + \sum_{j=0}^{k-1} \mu S(t_j)\, \Delta t_j + \sum_{j=0}^{k-1} \sigma S(t_j)\, \Delta X(t_j) \tag{3}$$

Fazendo Δt_j tender para zero, e ao fazer a passagem do limite na equação (5.4), não teríamos problemas em usar a integração de Riemann[5] no caso determinístico, como pode ser observado em Vicente (2013). Porém, o caso estocástico pode ser entendido como uma integral de Itô que pode ser melhor compreendida em Misturini (2010). Quando não houver confusão usaremos a seguinte notação S_t no decorrer deste trabalho, sendo $S(t,\omega) = S(t) = S_t(\omega) = S_t = S$. Assim, o limite quando $\Delta t_j \longrightarrow 0$ na equação (3), fica da seguinte maneira

$$\begin{cases} S_t = S_0 + \int_{t_0}^{t} \mu S_t\, dt + \int_{t_0}^{t} \sigma S_t\, dX_t \\ S(t_0) = S_0 \in \mathbb{R} \end{cases} \tag{4}$$

Podemos interpretar a primeira integral $\int_{t_0}^{t} \mu S_t\, dt$ como sendo uma integral de Riemann. Já a segunda integral é considerada uma integral de Itô.

A equação estocástica (4) pode ser escrita na sua forma diferencial sabendo-se que o processo $X_t = B_t$

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dB_t \tag{5}$$

Do cálculo estocástico, temos o chamado Lema de Itô conhecido também como fórmula de Itô, que permite trabalhar diferenciando variáveis em problemas que envolvam os termos estocásticos. Então, se sabemos que S_t é um processo estocástico, pode-se escrever uma função $f(S_t)$. O lema de Itô permitirá que calculemos o diferencial $df(S_t)$, observando o que acontece com f_t quando ocorrem perturbações na variável S_t. Esse Lema é análogo à regra da cadeia do cálculo comum que é uma fórmula para a derivada composta de duas funções. Porém, essa regra da cadeia para o cálculo estocástico é mais bem compreendida a partir da expansão com séries de Taylor. Basicamente, Itô descobriu que a trajetória do

[5]Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826-1866), foi um matemático alemão, com contribuições fundamentais para o cálculo diferencial e a análise.

evento S_t pode afetar outros processos que dependem de S_t. Assim, pensando em manipular esses outros processos, ele conseguiria eliminar essas dependências do processo S_t, conforme Oksendal (1998). Agora vamos enunciar o Lema de Itô.

Lema *(Fórmula de Itô)*: Seja $\{S_t\}_{t\geq t_0}$ um processo de Itô, com $f(t,S_t)$ sendo uma função duas vezes continuamente diferenciável em $[0,+\infty) \text{ x } (0,+\infty)$. Nestas condições, o processo estocástico $\{R_t\}_{t\geq t_0}$ definido por $R_t = f(t,S_t)$ é um processo de Itô e a equação integral estocástica a ele associada pode ser escrita, em versão diferencial, na forma

$$dR_t = \frac{\partial f}{\partial t}(t,S_t)\,dt + \frac{\partial f}{\partial S}(t,S_t)\,dS_t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}(t,S_t)(dS_t)^2 \tag{6}$$

Uma demonstração desse lema pode ser encontrada nos trabalhos de Misturini (2010) e Oksendal (1998). Temos que, pra $f(t_0,x_0) = 0$, então

$$dR_t = 0 + \frac{\partial f}{\partial t}(t,S_t)\,dt + \frac{\partial f}{\partial S}(t,S_t)\,dS_t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}(t,S_t)(dt)^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}(t,S_t)(dS_t)^2 \\ + \frac{\partial^2 f}{\partial S \partial t}(t,S_t)\,dS_t dt + \mathrm{R}(\Delta \mathrm{t},\Delta S_t) \tag{7}$$

A partir do Lema de Itô, como pode ser visto no trabalho de Bonotto (2008), considere $\{R_t\}_{t\geq t_0}$ um processo estocástico de Itô, onde $R_t = f(t,S_t)$, podemos escrever a versão diferencial, na forma

$$dR_t = \frac{\partial f}{\partial t}(t,S_t)\,dt + \frac{\partial f}{\partial S}(t,S_t)\,dS_t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}(t,S_t)(dS_t)^2 \tag{8}$$

A fórmula de Itô (8) pode ser generalizada pela expansão de Taylor e o Teorema Fundamental do Cálculo ao caso estocástico. A partir desses cálculos, conseguimos a posteriori chegar na equação de Black – Scholes como mostrada em (1),

$$\frac{\partial C}{\partial t}(t,S)+\frac{1}{2}\sigma^2S^2\frac{\partial^2 C}{\partial S^2}(t,S)+\ rS\frac{\partial C}{\partial S}(t,S)-\ rC(t,S)=0 \qquad (9)$$

que modela o preço C de uma opção europeia, em função do tempo t e do valor S do ativo.

Elementos da Resolução do Modelo de Black – Scholes

É possível resolver o modelo analiticamente sob determinadas condições. A condição final é dado por $\boldsymbol{C(T,S)=\max\{S-E,0\}}$, ou seja, espera-se que ao final do período de maturidade da opção o valor do ativo seja maior que seu pereço de exercício, e as condições de fronteira para $\boldsymbol{S\longrightarrow 0^+}$ e $\boldsymbol{S\longrightarrow +\infty}$ tomam a forma $\boldsymbol{\lim_{S\to 0^+} C(t,S)=0}$, sendo $\boldsymbol{t\geq 0}$ e $\boldsymbol{\lim_{S\to +\infty} S-C(t,S)=Ee^{-r(T-t)}}$. Fazendo, $\boldsymbol{\frac{\partial C}{\partial S}=E\frac{\partial v}{\partial x}\frac{dx}{dS}}$, onde $\boldsymbol{\frac{dx}{dS}=\frac{1}{S}}$, assim teremos,

$$\boldsymbol{\frac{\partial C}{\partial S}=E\frac{\partial v}{\partial x}\frac{1}{S}} \qquad (10)$$

Considere a seguinte mudança de variável, $\boldsymbol{v(\tau,x)=e^{\alpha x+\beta\tau}u(\tau,x)}$. A derivada parcial $\boldsymbol{\frac{\partial u}{\partial x}(\tau,x)}$ anula-se se escolhermos $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$ a satisfazer $\boldsymbol{\alpha=\frac{1-c}{2}}$e $\boldsymbol{\beta=\alpha^2+(c-1)\alpha-c}$, substituindo $\boldsymbol{\alpha}$ em $\boldsymbol{\beta}$, segue,

$$\frac{\partial u}{\partial \tau}(\tau,x)=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(\tau,x) \qquad (11)$$

com$\tau\geq 0$ e $-\infty<x<+\infty$. A solução da equação de Black – Scholes é dada pela integral de Poisson

$$u(\tau,x)=\frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_{-\infty}^{+\infty}u_0\,(s)e^{-\frac{1}{4\tau}(x-s)^2}ds \qquad (12)$$

Considere a função de distribuição (cumulativa) de uma lei de probabilidade normal de média 0 e desvio padrão 1, dada por

$$N(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{d} e^{-\frac{1}{2}s^2}\, ds \tag{13}$$

Com mais alguns procedimentos temos,

$$C(t,S) = SN\left(\frac{\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}\right) - Ee^{-r(T-t)}N\left(\frac{\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}\right) \tag{14}$$

onde, $\boldsymbol{d_1} = \frac{\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$ e $\boldsymbol{d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}}$ seguindo uma distribuição gaussiana. Analogamente obtém-se o valor de um opção de venda,

$$V(t,S) = Ee^{-r(T-t)}N\left(-\frac{\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}\right) - SN\left(-\frac{\log\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}\right) \tag{15}$$

Resultados e Discussões

Existem basicamente dois tipos de ações, as ordinárias e as preferenciais, conforme Hull (1997). As ações ordinárias são representadas pela sigla ON. Estas ações dão aos acionistas, aqueles que detêm a posse das ações, o direito de voto nas assembleias dentro da empresa e a participação não preferencial nos resultados das empresas. Já as ações preferenciais, são representadas pela sigla PN, e concedem prioridades aos acionistas. Nesse caso, os acionistas possuem direito nos dividendos e no reembolso do capital da empresa, porém não possuem o direito de voto nas assembleias. As ações preferenciais se subdividem em classes A, B, C e D.

Neste caso as classes também são representadas por siglas sendo PNA, PNB, PNC e PND. Para maiores detalhes de cada classe é fundamental consultar a empresa, pois cada empresa em específico pode tratar essas classes de maneira diferenciada.

Sabemos do mercado financeiro que essas ações são negociadas na Bolsa de Valores. Quando vamos fazer uma pesquisa do valor de uma ação de uma determinada empresa, encontramos a ação correspondente em códigos. Os códigos possuem 4 letras maiúsculas que fornecem abreviadamente o nome da empresa, mas essa quantidade de letras pode variar conforme a empresa queira, e um número que representa o tipo da ação, conforme pode ser visto no site da Bmf&Bovespa.

- O número 1 representa o direito de subscrição[6] de uma ação ordinária. Exemplo é o código PETR1, referente ao direito de subscrição da ação ordinária da Petrobrás PETR3;
- O número 2 representa o direito de subscrição de uma ação preferencial. Exemplo é o código BBDC2, referente ao direito de subscrição da ação preferencial do Banco do Bradesco BBDC4;
- O número 3 representa as ações ordinárias de uma empresa. Exemplo é o código NATU3, referente à empresa Natura Cosméticos S.A;
- O número 4 representa as ações preferenciais de uma empresa. Exemplo é o código BBDC4, referente às ações do Banco Bradesco;
- O número 5 representa as ações preferenciais de classe A de uma empresa. Exemplo é o código VALE5, referente à empresa da Vale;
- O número 6 representa as ações preferenciais classe B de uma empresa. Exemplo é o código CPLE6, referente à empresa Companhia Paranaense de Energia;
- O número 7 representa as ações preferenciais de classe C. Exemplo é o código TMAC7 da empresa Amazônia Cel.;
- O número 8 representa as ações preferenciais de classe D. Exemplo é o código BRGE8 da empresa Consórcio Alfa de Administração S.A.;

[6] É o direito de preferência do acionista para adquirir novas ações de uma companhia, numa dada porcentagem das que possuir.

- O número 9 representa os recibos de subscrição[7] das ações ordinárias. Exemplo é o código BRBRGEACNPA9 da empresa Consórcio Alfa de Administração S.A.;
- O número 10 representa os recibos de subscrição das ações preferenciais. Não é comum encontrar ações usando esse número em seus códigos;
- O número 11 não representa nenhuma regra específica para a ação ser negociada. Este número representa os recibos de ações de empresas estrangeiras negociadas na bolsa brasileira. Também representam os ativos compostos por mais de um tipo de ação. Não é comum encontrar ações usando esse número em seus códigos.

Estamos interessados em saber qual o melhor valor a se pagar por uma opção do tipo europeia de compra ou venda em uma transação. Suponha a seguinte situação no cálculo analítico desse valor usando as equações (14) e (15) e dados encontrados na Bmf&Bovespa, referente ao mês de outubro de 2014:

Considere o preço corrente de uma ação ordinária PETR3 da Petrobrás, seis meses antes do vencimento do contrato de uma opção. O preço da ação no mercado está em R$ 17,64. O preço de exercício da opção é de R$ 18,00. Já a taxa de juros livre de riscos vigente no mercado, referente à taxa Selic[8], é de 10,90% a.a. e a volatilidade da ação no mercado é de 80,94% a.a. E o tempo de 0,5 anos. Então, temos os seguintes parâmetros,

$$S = 17{,}64 \quad E = 18{,}00 \quad r = 0{,}109 \quad \sigma = 0{,}8094 \quad T - t = 0{,}5$$

Primeiro calculamos (14), (15) e $e^{-r(T-t)}E$, usando uma aproximação com quatro casas decimais:

$$d_1 = \frac{\log\left(\frac{17{,}64}{18}\right) + \left(0{,}109 + \frac{0{,}8094^2}{2}\right)(0{,}5)}{0{,}8094\sqrt{(0{,}5)}} = 0{,}3660 \qquad (16)$$

[7]É um registro que comprova que o direito de subscrever ações foi exercido pelo seu titular.
[8]A taxa Selic é conhecida como taxa básica de juros da economia brasileira. É a menor taxa de juros da economia brasileira e serve de referência para a economia brasileira.

$$d_2 = \frac{\log\left(\frac{17,64}{18}\right) + \left(0,109\ - \frac{0,8094^2}{2}\right)(0,5)}{0,8094\sqrt{(0,5)}} = -0,2063 \tag{17}$$

$$e^{-r(T-t)}E = e^{-0,109(0,5)}18 = 17,0453 \tag{18}$$

Substituindo esses valores em (14) e (15), segue,

$$C(t,S) = 17,64N(0,3660) - \ 17,0453N(-0,2063) \tag{19}$$

$$V(t,S) = \ 17,0453N(0,2063) - \ 17,64N(-0,3660) \tag{20}$$

Para encontrarmos os valores de $N(d_1)$ e $N(d_2)$ podemos consultar uma tabela com probabilidades acumuladas da função de distribuição normal padronizada, ou utilizar a função dist.normp do *software* Excel (distribuição cumulativa normal padrão), portanto encontramos:

$$\begin{cases} C(t,S) = 4,21 \\ V(t,S) = 3,62 \end{cases}$$

Desta forma, considerando-se que o preço de exercício da opção no momento é deR$ 18,00, para que o comprador da opção de compra não tenha lucro ou prejuízo, a ação deveria estar em R$ 22,21 (R$ 18 + R$ 4,21), ou seja, a ação deveria subir R$ 4,57 (R$ 22,21 – R$ 17,64). Se no mercado a ação estiver valendo R$ 25,00 o comprador terá um lucro de (R$ 25 – R$ 22,21), ou seja, R$ 2,79.

Analogamente, para que o comprador da opção de venda não tenha lucro nem prejuízo, o valor da ação no mercado deveria ser de R$ 14,38 (R$ 18 – R$ 3,62), ou seja, ela deveria cair R$ 3,26 (R$ 17,64 – R$ 14,38). Se no mercado a ação estiver valendo R$ 11,00 o vendedor terá um lucro de [R$ 18 – (R$ 14,62 = R$ 11 + R$ 3,62)], ou seja, R$ 3,38.

Existem planilhas no *software* Excel que realizam todos os cálculos das equações (16), (17), (18), (19) e (20), mas não retrataremos tais planilhas aqui.

Segundo o modelo de Black – Scholes, as variáveis que afetam os prêmios das opções são: o preço do ativo subjacente S, o preço de exercício E, a volatilidade anualizada do preço do ativo σ, o tempo até o vencimento da opção $T - t$, e a taxa de juros do mercado financeiro r. Cada variável desta, afeta de forma significativa no preço da opção de compra ou de venda. Vamos observar o que acontece graficamente com o valor do prêmio em função dessas variáveis.

O valor da opção flutua diretamente proporcional ao valor do ativo objeto, conforme pode ser visto em Hull (1997). Olhando para o valor da opção de compra, quanto maior o valor do ativo objeto, maior será o preço da opção. O preço do ativo é de extrema importância para se definir o valor da opção.

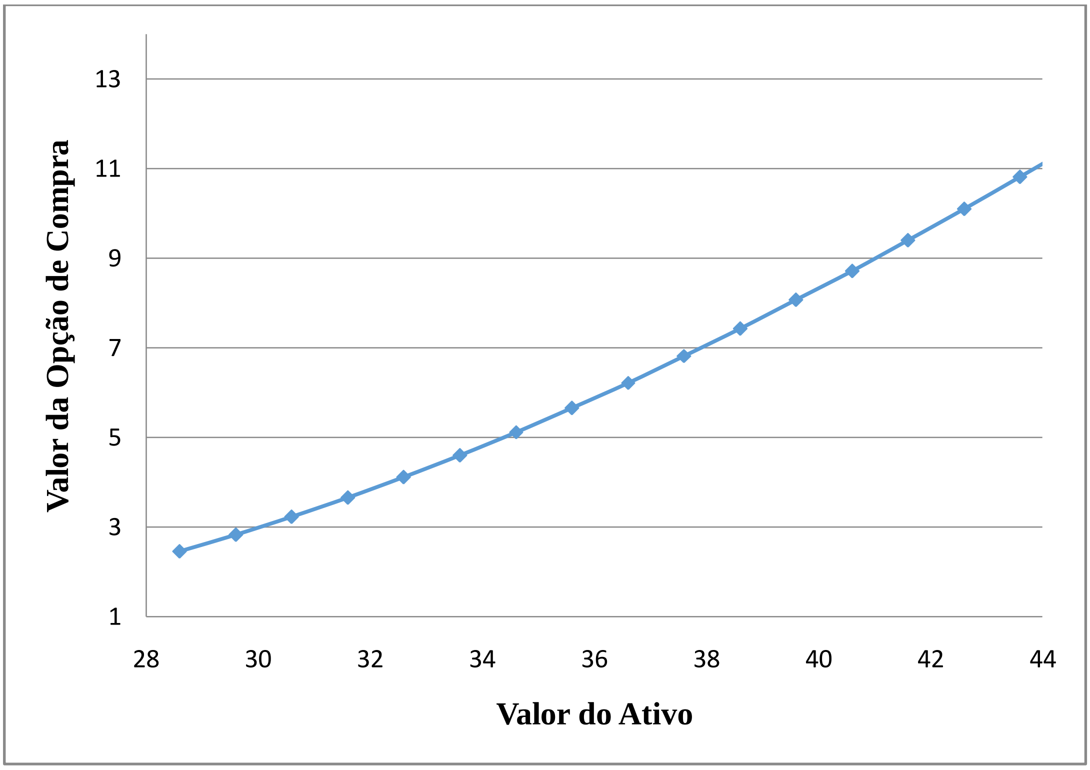
Considere o ativo sendo a ação preferencial BBDC4 do Banco do Bradesco, e que esse ativo esteja no valor de R$ 37,60 no mercado atual. Sua volatilidade no mercado é 62,10% a.a., com uma taxa de juros de 10,90% a.a. Suponha um tempo de 0,5 anos para a maturidade da opção e um preço de exercício de R$ 39,00. Vamos fazer o valor do ativo variar de R$ 1,00 para mais e para menos. Observe a tabela a seguir com os valores de compra e venda, gerado com as equações (14) e (15).

Tabela 1: Variações do preço do Ativo Objeto

S	E	σ	r	$(T-t)$	C	V
R$ 28,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,45	R$ 10,78
R$ 29,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,82	R$ 10,15
R$ 30,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 3,22	R$ 9,55
R$ 31,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 3,65	R$ 8,99
R$ 32,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 4,11	R$ 8,45
R$ 33,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 4,60	R$ 7,93
R$ 34,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 5,12	R$ 7,45
R$ 35,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 5,66	R$ 6,99
R$ 36,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,22	R$ 6,56
R$ 37,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,82	R$ 6,15
R$ 38,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$7,43	R$ 5,76
R$ 39,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 8,07	R$ 5,40
R$ 40,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 8,72	R$ 5,06
R$ 41,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 9,40	R$ 4,73

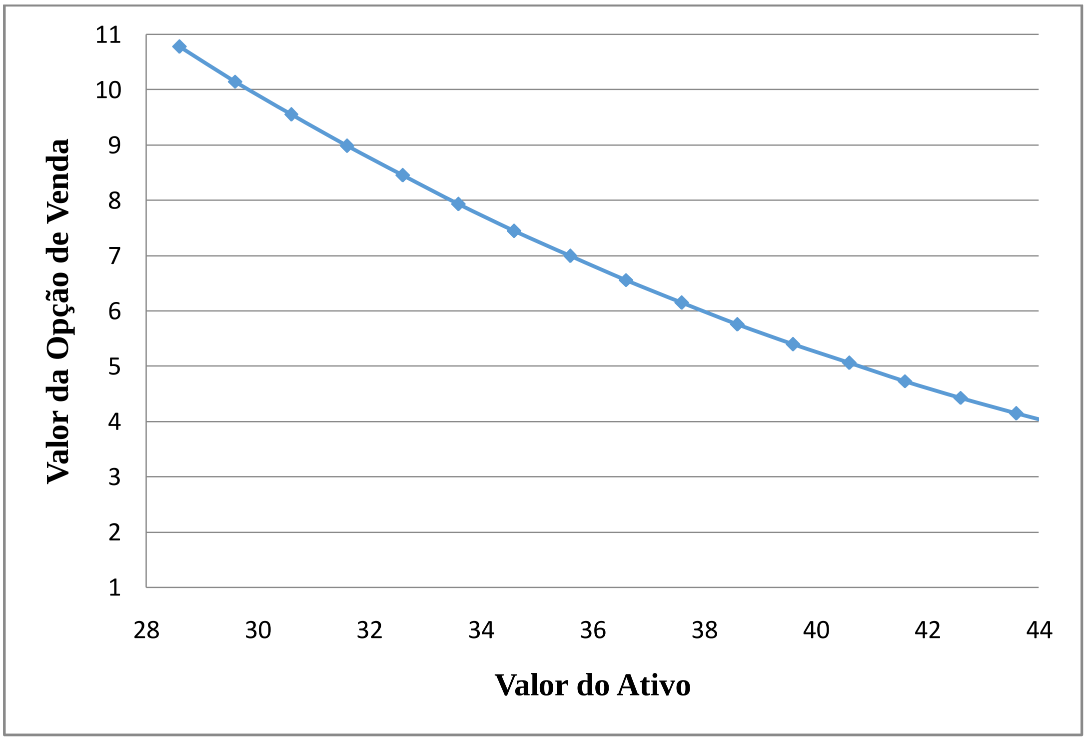
R$ 42,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 10,10	R$ 4,43
R$ 43,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 10,82	R$ 4,15
R$ 44,60	R$ 39,00	62,10% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 11,55	R$ 3,88

Gráfico 1: Variação da Opção de Compra em função do da variação do Valor do Ativo



Conforme o valor do ativo aumenta, o valor da opção de compra aumenta. Observe que se o valor do ativo for zero teremos o valor da opção sendo zero. E caso o valor de mercado do ativo esteja muito alto o valor do contrato de opção a ser pago por ele também será muito alto. Em seguida temos o gráfico para uma opção do tipo venda.

Gráfico 2: Variação da Opção de Venda em função do da variação do Valor do Ativo



Sabemos que conforme o valor do ativo aumente, o valor da opção de venda diminui, pois o investidor torce pela queda do preço do ativo no mercado. Se acontecer do valor do ativo ser muito grande, o valor da opção de venda será zero, pois para um investidor não é lucro comprar um ativo com um valor muito alto no mercado e vendê-lo por um valor menor de acordo com o contrato acordado.

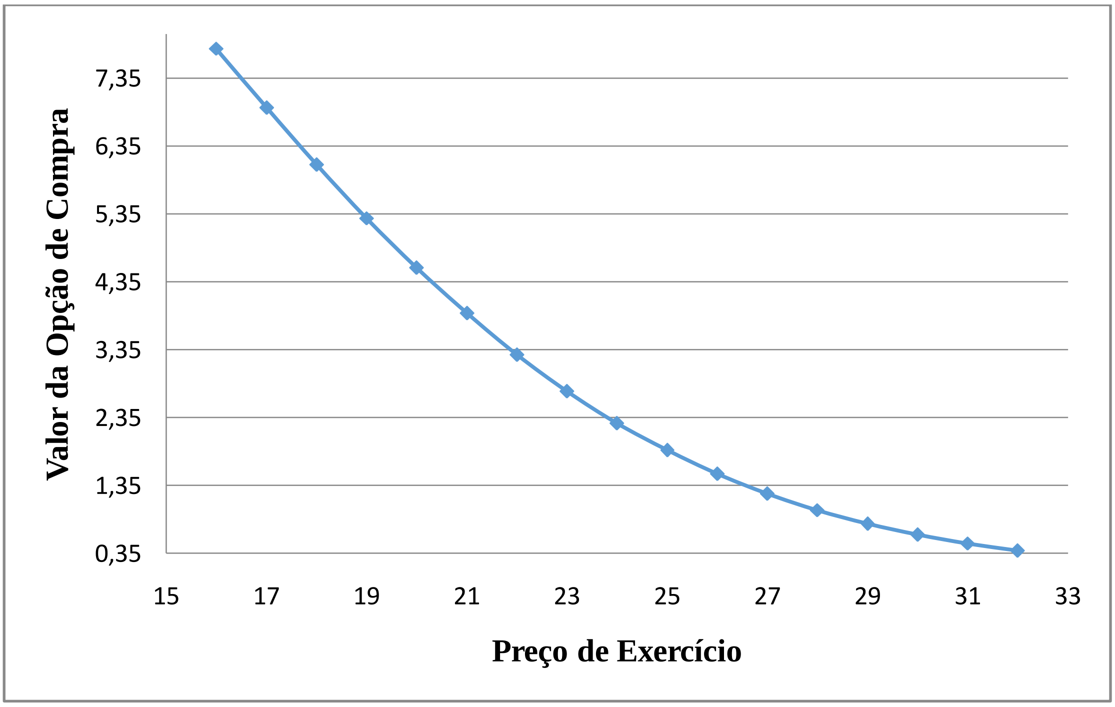
Se um contrato de opção de compra ou venda for exercido na data de maturidade, o valor de exercício E é que se será o acordado. O preço de exercício afeta o valor do prêmio de uma opção numa relação inversamente proporcional, veja Hull (1997).

Considere o ativo sendo a ação preferencial de classe A, VALE5 da empresa Vale, e que esse ativo esteja no valor de R$ 22,86 no mercado atual. Sua volatilidade no mercado é 34,42% a.a., com uma taxa de juros de 10,90% a.a. Suponha um tempo de 0,5 anos para a maturidade da opção. Supondo um valor de exercício de R$ 25,00 e que ele varie em um real pra mais e para menos. Observe a tabela a seguir com os valores de compra e venda, gerado com as equações (14) e (15).

Tabela 2: Variações do preço de Preço de Exercício

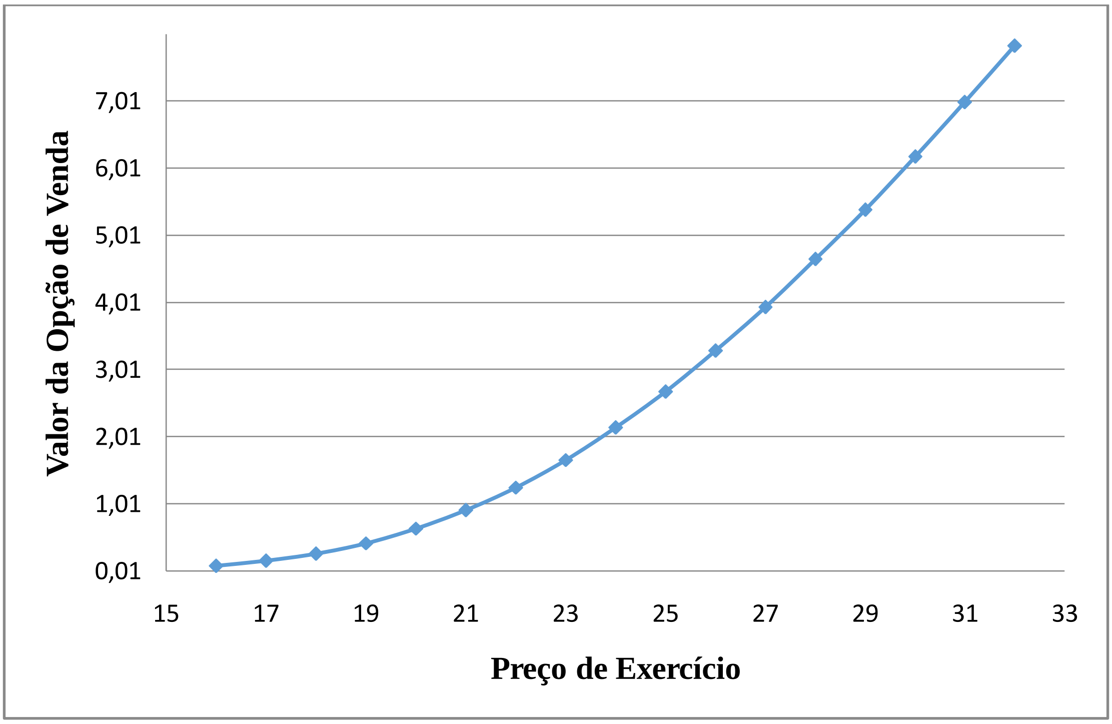
S	E	σ	r	$(T-t)$	C	V
R$ 22,86	R$ 16,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 7,79	R$ 0,08
R$ 22,86	R$ 17,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,92	R$ 0,16
R$ 22,86	R$ 18,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,08	R$ 0,26
R$ 22,86	R$ 19,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 5,29	R$ 0,42
R$ 22,86	R$ 20,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 4,56	R$ 0,64
R$ 22,86	R$ 21,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 3,89	R$ 0,91
R$ 22,86	R$ 22,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 3,28	R$ 1,25
R$ 22,86	R$ 23,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,74	R$ 1,66
R$ 22,86	R$ 24,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,27	R$ 2,14
R$ 22,86	R$ 25,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 1,87	R$ 2,68
R$ 22,86	R$ 26,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 1,52	R$ 3,29
R$ 22,86	R$ 27,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 1,23	R$ 3,94
R$ 22,86	R$ 28,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 0,99	R$ 4,65
R$ 22,86	R$ 29,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 0,79	R$ 5,39
R$ 22,86	R$ 30,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 0,63	R$ 6,18
R$ 22,86	R$ 31,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 0,50	R$ 6,99
R$ 22,86	R$ 32,00	34,42% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 0,39	R$ 7,83

Gráfico 3: Variação da Opção de Compra em função da variação do Preço de Exercício



Observe o gráfico acima, quando o valor do preço de exercício for maior que R$ 21,00, o investidor não possuirá ganhos. Se o preço de exercício for muito alto a opção não será exercida.

Gráfico 4: Variação da Opção de Venda em função da variação do Preço de Exercício



No mercado quanto maior o preço de exercício melhor será para o investidor, assim o preço da opção de vende tende a aumentar. Caso o preço de exercício seja muito pequeno, o valor da opção de venda não terá valor.

O tempo de vencimento do contrato da opção é entendido como a data até o comprador ou vendedor poder exercer seu direito de acordo com o preço de exercício. Então, quanto mais distante no tempo estiver à data de exercício da opção, maior será o valor do prêmio, como pode ser visto em Hull (1997). O tempo é importante para se avaliar o valor de uma opção, pois conforme o tempo passa, o valor da opção tende a diminuir.

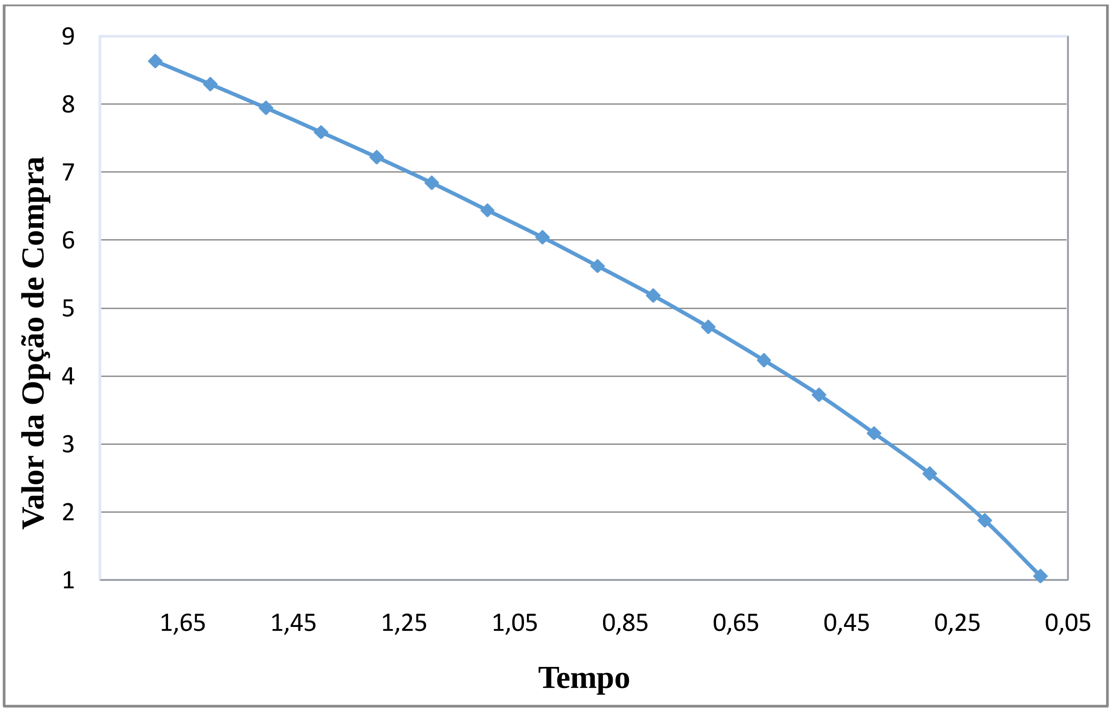
Considere o ativo sendo a ação preferencial de classe B, CPLE6 da Companhia Paranaense de Energia, e que esse ativo esteja no valor de R$ 33,04 no mercado atual. Sua volatilidade no mercado é 40,51% a.a., com uma taxa de juros de 10,90% a.a. Suponha um tempo de 0,5 anos para a maturidade da opção e que ele varie 0,1 anos mais e para menos. Supondo um valor de exercício de R$ 35,00. Observe a tabela a seguir com os valores de compra e venda, gerado com as equações (14) e (15).

Tabela 3: Variações no Tempo.

S	E	σ	r	$(T-t)$	C	V
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	0,1 anos	R$ 1,05	R$ 2,63
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	0,2 anos	R$ 1,87	R$ 3,08
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	0,3 anos	R$ 2,56	R$ 3,39
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	0,4 anos	R$ 3,16	R$ 3,63
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	0,5anos	R$ 3,72	R$ 3,82
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	0,6 anos	R$ 4,23	R$ 3,98
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	0,7 anos	R$ 4,72	R$ 4,11
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	0,8 anos	R$ 5,18	R$ 4,21
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	0,9 anos	R$ 5,62	R$ 4,31
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	1 ano	R$ 6,04	R$ 4,38
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	1,1 anos	R$ 6,44	R$ 4,45
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	1,2 anos	R$ 6,84	R$ 4,51
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	1,3 anos	R$ 7,22	R$ 4,55
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	1,4 anos	R$ 7,59	R$ 4,59

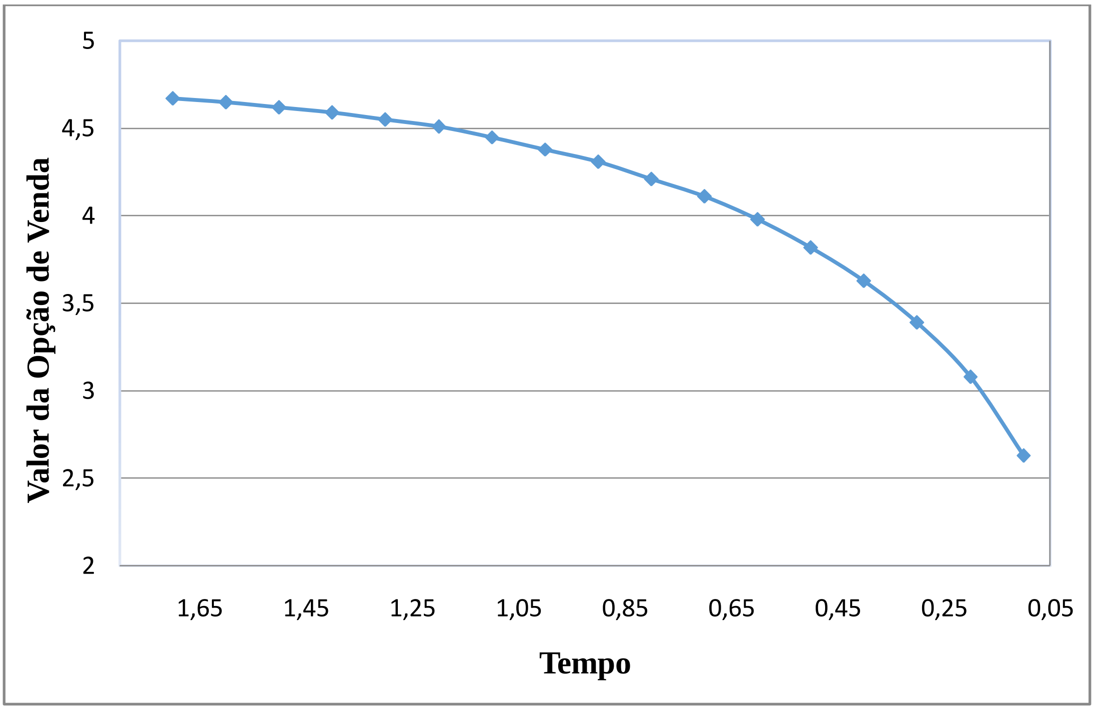
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	1,5 anos	R$ 7,94	R$ 4,62
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	1,6 anos	R$ 8,29	R$ 4,65
R$ 33,04	R$ 35,00	40,51% a.a.	10,90% a.a.	1,7 anos	R$ 8,63	R$ 4,67

Gráfico 5: Variação da Opção de Compra em função da variação do Tempo



Observando o gráfico, de maneira que o tempo aumenta o valor da opção de compra também aumenta. Quando a data de vencimento da opção está próxima da maturidade o valor da opção tende a cair.

Gráfico 6: Variação da Opção de Venda em função da variação do Tempo



Com a opção de venda não é diferente, quanto mais longe está da data de maturidade mais caro é a opção de venda. Assim, quando o tempo passa o valor da opção venda diminui de forma depreciativa.

Podemos observar de acordo com a tabela 3, que as opções que estão com o valor de exercício acima do preço de mercado da ação interessam somente o investidor em um contrato de opção de venda. Porém, para um contrato de opção de compra, observa-se que ao aproximar da data de vencimento, é pouco provável que as ações da empresa tenham um aumento significativo de um dia para o outro, fazendo com que a opção não seja exercida.

A volatilidade influencia na mudança dos preços dos ativos, e cada ativo possui sua volatilidade no mercado. Dos fatores que influenciam o valor da opção a volatilidade é o mais difícil de medir e compreender.

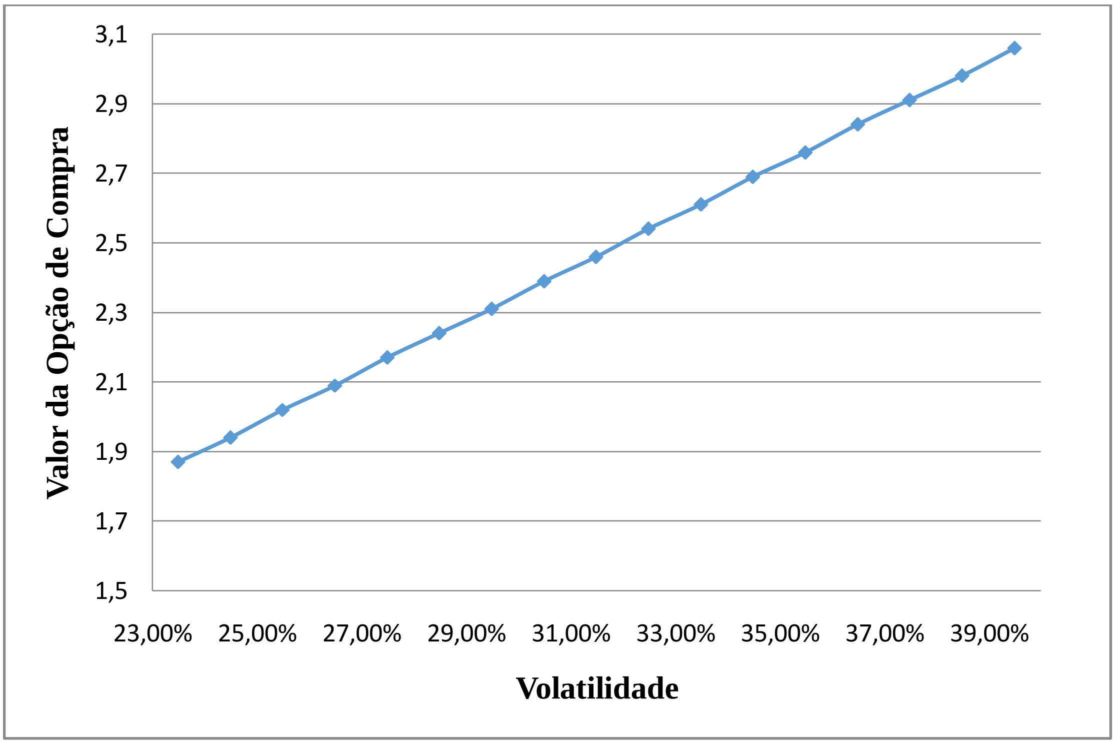
Temos que compreender que os preços das opções podem aumentar com a volatilidade, e isso é devido ao aumento da volatilidade no preço do ativo. Com isto, o valor do ativo pode ultrapassar o valor de exercício da opção de uma opção de compra. Os valores das opções de venda podem subir devido à volatilidade dos ativos objetos. Assim, se ocorrer do uma queda do preço dos ativos, quando fizermos a diferença entre o preço de exercício e o valor do ativo, teremos o valor da opção de vende mais elevado.

Considere o ativo sendo a ação ordinária, VALE3 da empresa Vale, e que esse ativo esteja no valor de R$ 26,72 no mercado atual. Sua volatilidade no mercado é 32,49% a.a., e suponha que sua volatilidade varia de 1% para mais e para menos. Com uma taxa de juros de 10,90% a.a. Suponha um tempo de 0,5 anos para a maturidade da opção. Supondo um valor de exercício de R$ 28,00. Observe a tabela a seguir com os valores de compra e venda, gerado com as equações (14) e (15).

Tabela 4: Variações da Volatilidade

S	E	σ	r	$(T-t)$	C	V
R$ 26,72	R$ 28,00	23,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 1,87	R$ 1,66
R$ 26,72	R$ 28,00	24,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 1,94	R$ 1,74
R$ 26,72	R$ 28,00	25,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,02	R$ 1,81
R$ 26,72	R$ 28,00	26,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,09	R$ 1,89
R$ 26,72	R$ 28,00	27,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,17	R$ 1,96
R$ 26,72	R$ 28,00	28,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,24	R$ 2,03
R$ 26,72	R$ 28,00	29,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,31	R$ 2,11
R$ 26,72	R$ 28,00	30,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,39	R$ 2,18
R$ 26,72	R$ 28,00	31,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,46	R$ 2,26
R$ 26,72	R$ 28,00	32,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,54	R$ 2,33
R$ 26,72	R$ 28,00	33,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,61	R$ 2,41
R$ 26,72	R$ 28,00	34,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,69	R$ 2,48
R$ 26,72	R$ 28,00	35,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,76	R$ 2,56
R$ 26,72	R$ 28,00	36,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,84	R$ 2,63
R$ 26,72	R$ 28,00	37,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,91	R$ 2,71
R$ 26,72	R$ 28,00	38,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 2,98	R$ 2,78
R$ 26,72	R$ 28,00	39,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 3,06	R$ 2,85

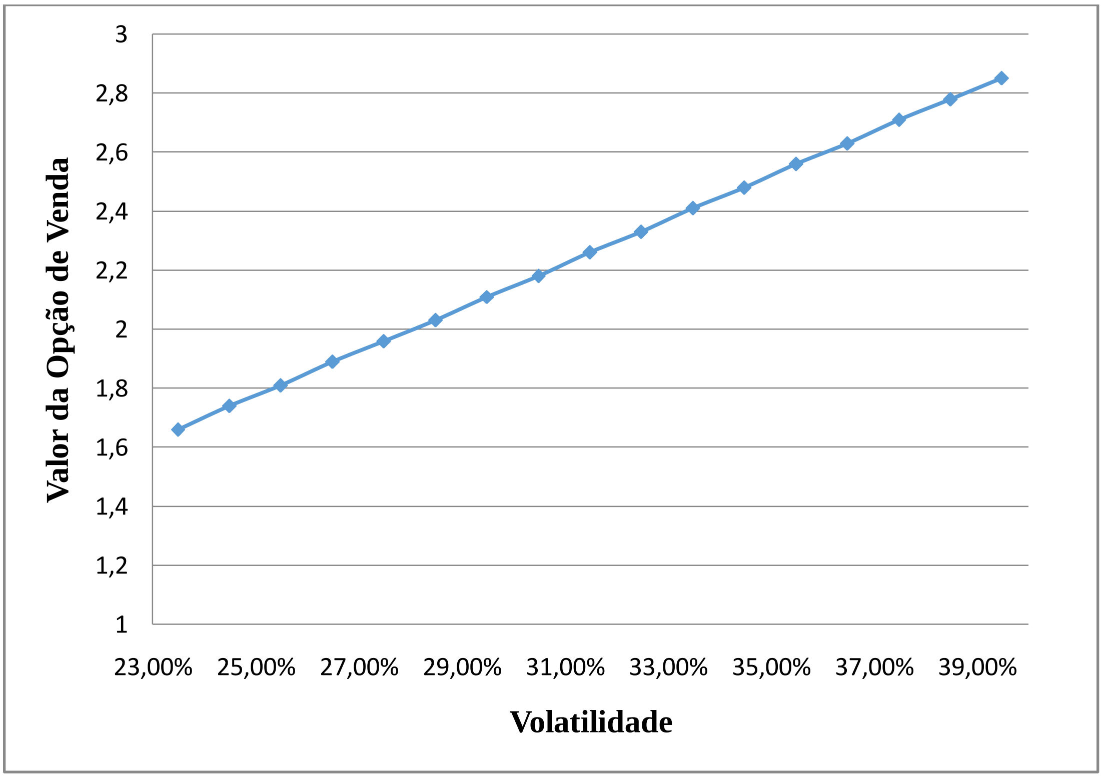
Gráfico 7: Variação da Opção de Compra em função da variação da Volatilidade



Olhando para o gráfico 7, vemos que a relação entre a volatilidade e o prêmio de um opção é praticamente linear. O valor da volatilidade é associado ao preço de alguma mercadoria, derivativos, de forma que seja a variação do preço referente a um desvio padrão de média expressa em porcentagem em um determinado período de tempo.

Pelo gráfico vemos que, de forma que a variância aumenta o valor da opção de compra tende a aumentar, e de forma que a variância diminuir o valor da opção de compra também diminui.

Gráfico 8: Variação da Opção de Venda em função da variação da Volatilidade



O comportamento de uma opção de venda em relação à volatilidade do ativo, é análogo ao da opção de compra.

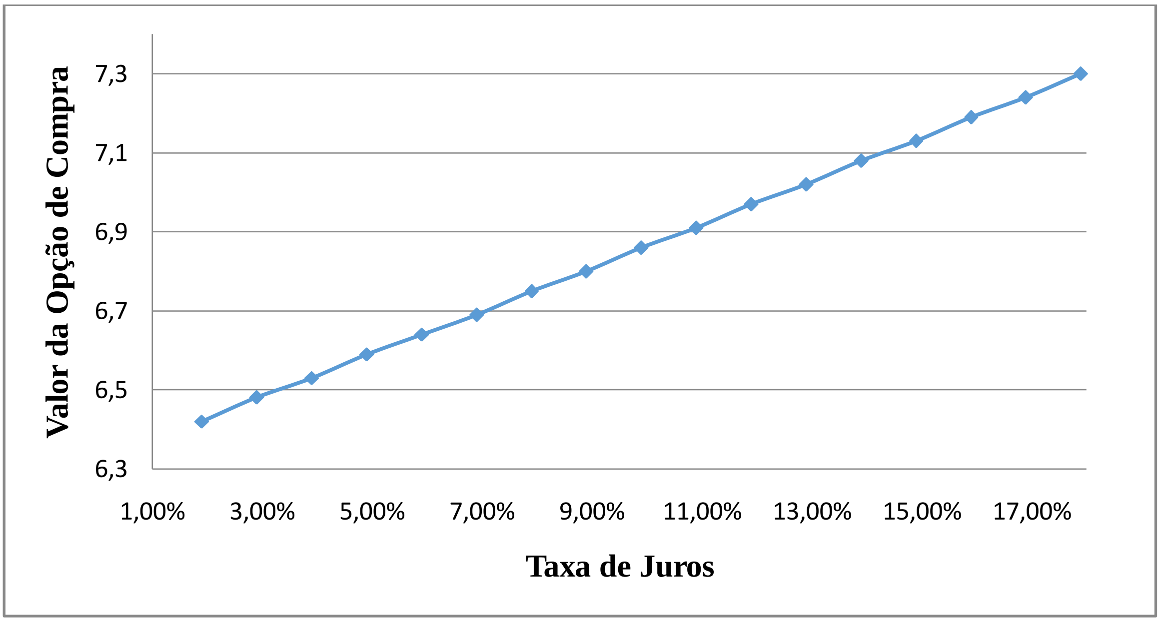
A taxa de juros afeta diretamente no preço das opções. Quando a taxa de juros sobe no mercado o preço do ativo objeto tende a aumentar, proporcionando um acréscimo no preço da opção de compra. Por outro lado, se o preço do ativo subir com o aumento da taxa de juros, teremos uma queda no valor da opção de venda. Como a taxa de juros está ligada com o valor das opções, quando a oscilações no mercado a opção oscila na mesma direção, mantendo inalteradas as outras variáveis.

Considere o ativo sendo a ação ordinária, BBS3 do Banco do Brasil, e que esse ativo esteja no valor de R$ 28,20 no mercado atual. Sua volatilidade no mercado é 84,49% a.a. Com uma taxa de juros de 10,90% a.a., e suponha que a taxa de juros varia de 1% para mais e para menos. Suponha um tempo de 0,5 anos para a maturidade da opção. Supondo um valor de exercício de R$ 29,00. Observe a tabela a seguir com os valores de compra e venda, gerado com as equações (14) e (15).

Tabela 5: Variações da Taxa de Juros.

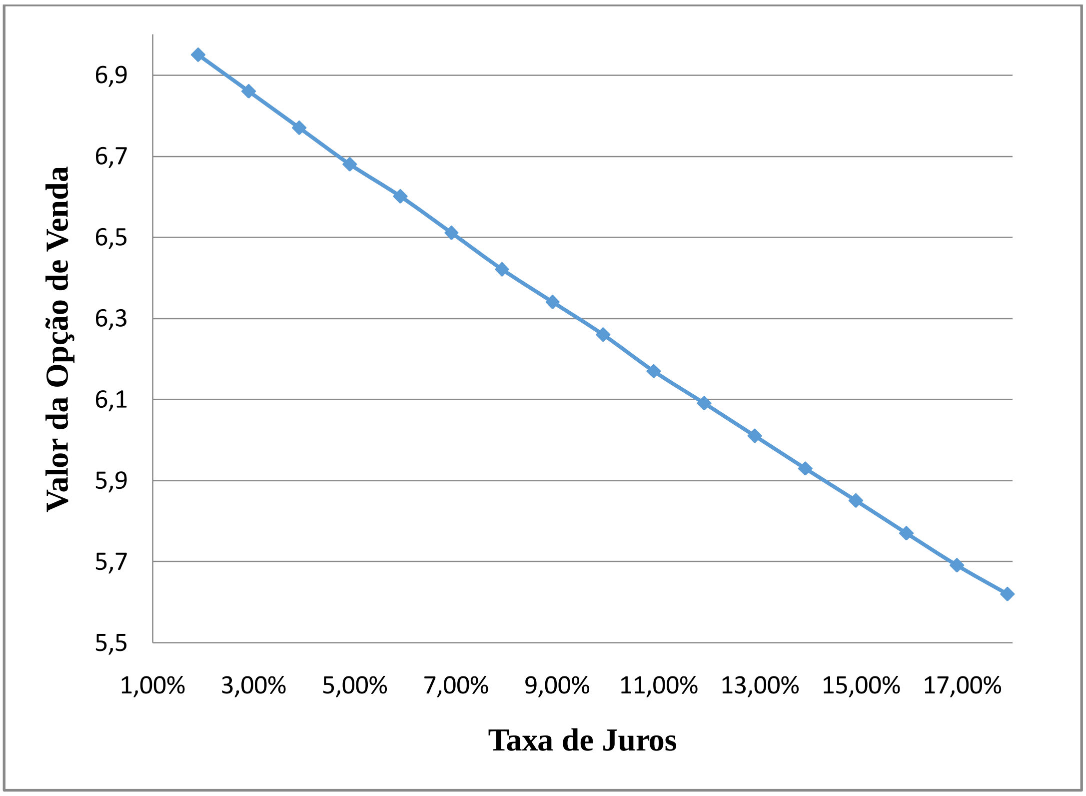
S	E	σ	r	$(T-t)$	C	V
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	1,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,42	R$ 6,95
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	2,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,48	R$ 6,86
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	3,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,53	R$ 6,77
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	4,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,59	R$ 6,68
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	5,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,64	R$ 6,60
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	6,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,69	R$ 6,51
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	7,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,75	R$ 6,42
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	8,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,80	R$ 6,34
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	9,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,86	R$ 6,26
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	10,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,91	R$ 6,17
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	11,90% a.a.	0,5 anos	R$ 6,97	R$ 6,09
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	12,90% a.a.	0,5 anos	R$ 7,02	R$ 6,01
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	13,90% a.a.	0,5 anos	R$ 7,08	R$ 5,93
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	14,90% a.a.	0,5 anos	R$ 7,13	R$ 5,85
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	15,90% a.a.	0,5 anos	R$ 7,19	R$ 5,77
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	16,90% a.a.	0,5 anos	R$ 7,24	R$ 5,69
R$ 28,20	R$ 29,00	84,49% a.a.	17,90% a.a.	0,5 anos	R$ 7,30	R$ 5,62

Gráfico 9: Variação da Opção de Compra em função da variação da Taxa de Juros



Observando no gráfico acima vemos que quando a taxa de juros aumenta no mercado, automaticamente o valor do ativo sobe, com isso temos um aumento direto no valor da opção de compra. Caso tenhamos uma queda da taxa de juros vemos que o valor da opção de compra tende a cair.

Gráfico 10: Variação da Opção de Venda em função da variação da Taxa de Juros



Olhando para o gráfico 10, teremos o contrário do que a acontece com a opção de compra. Se a taxa de juros aumenta, o valor da opção de venda diminui, isso se deve a o alto valor do ativo objeto no mercado. Porém, se a taxa de juros diminui temos um aumento no valor da opção de venda devido à queda do ativo objeto.

Análise de Resultados

Nas análises bibliográficas realizadas para a elaboração deste trabalho, sentimos a carência de várias demonstrações e explicações usadas como ferramentas na construção teórica e metodológica do modelo de Black – Scholes, como por exemplo, a aplicação da Fórmula de Itô ou Lema de Itô. Encontramos poucas referências que tratam diretamente do cálculo estocástico de Itô e suas aplicações.Um resultado forte é a resolução analítica da equação de Black –

Scholes, que pode ser entendida como uma equação de difusão, através da integral de Poisson.

Toda a estrutura encontrada no modelo de Black – Scholes reflete na aplicação nos mercados financeiros. Mas, essa junção destas teorias mencionadas ao longo do texto, não são amplamente encontradas de forma explícita na literatura. Portanto, quando refletimos sobre o apreçamento das opções, vimos que os cálculos demandam uma certa atenção. O investidor deve tomar cuidado ao realizar os cálculos analiticamente, para que não haja nenhum erro no valor do prêmio das opções. Existem calculadoras do modelo de Black – Scholes elaborada em planilhas do software Excel que podem ser encontradas na internet, mas não daremos referências aqui das mesmas, devido a propagandas de sites, blogs, etc., sem autorização dos programadores destas ferramentas. Usar uma calculadora que traz a fórmula de precificação de opções de Black – Scholes pode ser de grande valia nos mercados.

Observamos que o prêmio da opção é afetado por seus parâmetros, como o ativo objeto, preço de exercício, tempo, volatilidade e taxa de juros. Estudando os valores dos gráficos 1 e 2 para a opção de compra, em relação a um fator de extrema importância que é o ativo subjacente, vemos que o ativo afeta de forma direta no prêmio da opção. Dessa forma fica evidente, mesmo antes de se calcular o valor de uma opção de compra e venda, prever de forma relativa o valor da opção. Não podemos deixar de entender como o tempo afeta o valor da opção, olhando os gráficos 5 e 6 observamos que de forma que o tempo aumenta o valor da opção aumenta devido as incertezas do mercado. Com isto, é importante pensar no prazo de maturidade de um contrato de opção, pois esse prazo afeta o valor do prêmio. Nos gráficos 7 e 8, vimos os valores da opção de compra e venda em relação a um parâmetro de suma importância que é a volatilidade. Como já comentamos cada ativo objeto ou qualquer derivativo possui uma volatilidade no mercado, esse coeficiente é fundamental no valor da opção. Se um ativo está com sua volatilidade muito alta é certo que o valor do prêmio da opção vai ser muito grande.

Muitos autores, como Hull (1997), defendem que as variáveis do modelo que mais o impactam são a volatilidade e o valor do ativo subjacente. Pois, estas variáveis flutuam de uma forma difícil de prever, e caso haja uma pequena perturbação nos mercados como, por exemplo, doenças, guerras, desastres, etc., seus valores ficam desordenados e podem se supervalorizar ou diminuir drasticamente. Esse fator leva a uma preocupação maior a respeito da volatilidade e do valor do ativo objeto em específico num contrato de opção, por isso é importante estudar modelos de precificação de opções, com o intuito de melhorias nos mercados.

Através destes resultados podemos entender um pouco de como funciona o modelo de Black – Scholes e suas variáveis, expandindo conceitos matemáticos que não são abordados diretamente no mercado financeiro.

Conclusões

Os objetivos deste artigofoi mostrar a teoria empregada no modelo de Black – Scholes, bem como sua construção e resolução, no tocante a possíveis simulações com dados retirados do mercado financeiro.

Existe no mercado atual uma imensa diversidade de derivativos negociados em bolsas do mundo todo. Essas operações com derivativos entre empresas e pessoas físicas são comuns nos dias de hoje. O crescimento do mercado de finanças se deve a busca constante por meio de seguros, de proteção para as negociações.

Um modelo matemático é considerado satisfatório quando está de acordo com dados reais vividos da prática, ou seja, o modelo é capaz de descrever com certeza os eventos que modela. No mercado atual usam-se o modelo de Black, Merton e Scholes para a precificação de opções, porém existem várias críticas a respeito de tal modelo. Vimos que este modelo aceita que os preços dos ativos objetos seguem um movimento Browniano e que possuem uma distribuição log-normal. Outra ideia adotada é considerar que a volatilidade é constante. Porém, alguns autores como Oga (2007), defendem que a distribuição dos retornos dos ativos não é normal. Isto quer dizer que o processo estocástico considerado que é o movimento Browniano pode ser mais bem ajustado, ou substituído por outro processo estocástico. Assim, surge um leque de oportunidades para novas pesquisas em outros modelos de precificação de opções. Críticos do modelo não aceitam que a volatilidade é constante, pelo simples fato de existir outros modelos que traduzem melhor o comportamento da volatilidade. Portanto à medida que processos estocásticos aparecem para descrever o comportamento dos mercados, os modelos de apreçamento de opções vão surgindo e gerando uma gama de impactos com modelos já existentes.

O modelo satisfaz as condições para gerar preços justos e livres de arbitragem para opções do tipo europeia. No entanto, no mundo real dos mercados onde o que se interessa é os lucros, nos deparamos com mercados instáveis, impossibilitando rebalanceamentos contínuos como carece o modelo de Black – Scholes.

O modelo de Black – Scholes considera que o mercado é perfeito, mas muitos investidores ainda continuam usando esse modelo. Porém, os mercados não são perfeitos, mas o avanço estabelecido pelas limitações das hipóteses do modelo ajudou vários outros acadêmicos a construir modelos que melhor interpretam o mercado. E sabemos que o mercado financeiro só pode expandir, crescer, se houver maior conhecimento a seu respeito. Este conhecimento pode ser entendido como agentes e/ou parâmetros que influenciam no processo de formação de preços e valores que cercam as opções do tipo europeu. O modelo de Black – Scholes serve como ferramenta básica para entender a volatilidade do mercado e os preços dos ativos subjacentes negociados nas bolsas de valores. O que devemos deixar bem claro aqui em relação à aceitação do modelo, é que para curtos períodos de tempo o modelo funciona com êxito, quando há ajustes dos parâmetros. Outro fator que levou sua aceitação no mercado foi sua ampla divulgação a partir de 1973, atribuindo ainda avanços tecnológicos como sua implantação em calculadoras de fácil manejo.

Alguns complicadores fazem com que a área de finanças não esteja completa, constituindo um desafio tanto para acadêmicos quanto para outros interessados no assunto, tendo uma incessante busca pelo método ideal para precificar opções.

Referências

BONOTTO, Evaldo de Melo. *A equação de Black-Scholes com ação impulsiva*. USP-São Carlos. Maio/2008. Tese (Doutoramento em Ciências-Matemática), Instituto de Ciências Matemáticas, Universidade de São Paulo.

BOYCE, William.; DIPRIMA, Richard. *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno*. 8 ed. Editora LTC. New York, 2005.

BMF&BOVESPA. *A nova bolsa*. Disponível em: http://bmfbovespa.com.br/pt-br/mercados/mercadorias-e-futuros.aspx?idioma=pt-br. Acesso em 31 de julho de 2014.

BRAUMANN, Carlos Alberto dos Santos. *Introduções ás equações diferenciais estocásticas e aplicações*. XIII Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística. Ericeira, 28 de Setembro a 1 de Outubro de 2005, Edições SPE.

CME-Chicago Mercantile Exchange.*An introduction to futures and options*. Chicago. Copyright 2006, Illinois 60606-7499.

EINSTEIN, Albert. *Investigations on the theory of brownian motion*. Dover, New York 1905.

FERNANDES, MoacirArrieche. *Precificação e hedge dinâmico de opções de Telebrás utilizando redes neurais.* Pós-Graduação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2000.

FERNANDES, Margarida Mirador. *Diferenças finitas no valor de opções européias e americanas*. Dissertação de Mestrado, Universidade Técnica de Lisboa, Novembro, 2009.

FIGUEIREDO, Djairo Guedes de. *Análise de fourier e equações diferenciais parciais*. Rio de Janeiro, IMPA 1977.

FISCHER, Black.; SCHOLES, Maryon. *The pricing of options and corporate liabilities*.Journal of Political Economy 81, 637–654, 1973.

HULL, John. *Options, futures, and other theory derivatives.*Prentice Hall.3° edição, 1997.

IÓRIO, Valeria. EDP: *Um curso de graduação.* 3° edição. Rio de Janeiro, 2012.

MISTURINI, Ricardo. *Movimento browniano, integral de Itô e introdução ás equações diferenciais estocásticas*. Dissertação de Mestrado, UFRGS, Porto Alegre 8 de Julho de 2010.

NICOLAU, João Carlos. *Modelação e estimação de séries financeiras através de equações diferenciais estocásticas*. Tese de Doutorado, Universidade Técnica de Lisboa, Junho de 2000.

OGA, Luis Fernando. *A teoria da ciência no modelo de Black-Scholes de apreçamento de ações*. Dissertação (Mestrado em Ciências) Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

OKSENDAL, Bernt. Stochastic differential equations. Springer Verlag, 1998.

SALOMÃO, Martinho de Freitas. *Precificação de opções financeiras: Um Estudo sobre os Modelos de Black – Scholes e Garch.* Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória 2011.

Texto científico recebido em: 10/10/2015

Processo de Avaliação por Pares: (*Blind Review* - Análise do Texto Anônimo)

Publicado na Revista Vozes dos Vales - www.ufvjm.edu.br/vozes em: 24/11/2015

Revista Científica Vozes dos Vales - UFVJM - Minas Gerais - Brasil

www.ufvjm.edu.br/vozes

www.facebook.com/revistavozesdosvales

UFVJM: 120.2.095-2011 - QUALIS/CAPES - LATINDEX: 22524 - ISSN: 2238-6424

Periódico Científico Eletrônico divulgado nos programas brasileiros *Stricto Sensu*

(Mestrados e Doutorados) e em universidades de 38 países,

em diversas áreas do conhecimento.